

C. Dutang^a, G. Spedicato^b, M. Gesmann^c

^aLaboratoire Manceau de Mathématiques
Institut du Risque et de l'Assurance
Avenue Olivier Messaien
christophe.dutang@univ-lemans.fr

^bACAS (associate member of the Casualty Actuarial Society)

^cChainLadder project

Mots clefs : Taux de destruction, MBBEFD, Lois mixtes, Estimation ponctuelle

Dans le jargon actuariel, les taux de destruction représentent le pourcentage de destruction d'un bien (batiment, voiture, bateau, . . .) due à la survenance d'un risque (incendie, inondation, . . .). Dans ce cadre, il est commun d'étudier des courbes d'exposition définie comme le ratio de l'espérance limitée et de l'espérance, i.e. $G_X(d) = E(X \wedge d)/E(X)$ pour une variable aléatoire X . Ces courbes d'exposition sont très utilisés pour comparer des risques, et pour tarifier des contrats d'assurance (e.g. construction) et de réassurance (e.g. traité non proportionnelle), voir par exemple [3, 4, 5].

Comme la quantité d'intérêt X représente un taux, toutes les lois de probabilité sur l'intervalle unité sont les premiers candidats pour modéliser de tels taux de destruction. Ainsi, une attention toute particulière a été donnée dans le package à la loi beta de première espèce, la loi beta généralisée de première espèce et la loi Pareto tronquée translatée. Pour chacune de ses lois, le package `mbbefd` [6] propose la courbe d'exposition G_X .

Néanmoins les lois continues ne peuvent représenter correctement les données empiriques présentant généralement une masse non-nulle en 1 (i.e. $P(X = 1) > 0$), représentant la destruction totale du bien. Dans ce cas, il est nécessaire de considérer des lois mixtes mélangeant une loi continue sur $]0, 1[$ et une masse en 1. Une première famille de lois sont les lois inflatées en 1, par exemple la loi beta 1-inflatée. Le package `mbbefd` propose donc des lois 1-inflatées à partir des lois standards données plus haut à travers plusieurs fonctions : `d/p/qxxx` le trium indispensable de fonctions pour manipuler correctement la loi, `rxxx` le générateur aléatoire et `ecxxx` la courbe d'exposition, où `xxx` est la racine du nom de la loi.

Une seconde famille de lois est la famille de MBBEFD, acronyme pour Maxwell Boltzmann Bose Einstein Fermie Dirac, sont des lois définis à partir de leur courbe d'exposition. Elles sont issues de 3 lois de statistiques physiques MB, BE et FD. [1] proposa deux paramétrisations possibles. Le package `mbbefd` permet d'utiliser ces deux lois à l'aide des fonctions précédemment listées `d/p/q/r/ecmbbefd`. Les applications montreront la pertinence d'utiliser une paramétrisation plutôt qu'une autre.

Un enjeu pour ces deux familles est de proposer des méthodes d'estimation des paramètres. Dans cet exposé, nous étudions les méthodes standards (maximum de vraisemblance, méthodes des moments et méthodes des quantiles) qui sont proposés dans le package `mbbefd`. D'un point de vue statistique, nous jugerons de la qualité des estimateurs de plusieurs façons : sur des données simulées pour analyser le biais et la variance, sur des données réelles pour

analyser la pertinence des lois utilisées. De manière théorique, nous étudierons la convergence des estimateurs de maximum de vraisemblance tant pour les lois 1-inflatéés que pour les lois MBBEFD.

D'un point de vue implémentation, nous présenterons l'approche d'héritage utilisée dans le package `mbbefd`. En effet, on a opté d'utiliser les classes S3 permettant d'utiliser toute la panoplie des fonctionnalités déjà implémentées dans le package `fitdistrplus` [2]. L'utilisateur peut ainsi de manière très simple calibrer des modèles de taux de destruction avec `mbbefd` d'une façon très proche de celle de `fitdistrplus`. En conclusion, l'intérêt majeur du package `mbbefd` est de permettre à ses utilisateurs d'effectuer toute la modélisation de taux de destruction. Le package est disponible en version stable depuis <https://cran.r-project.org/package=mbbefd> ou en version de développement depuis <https://github.com/spedygiorgio/mbbefd>.

Références

- [1] Bernegger, S. (1997), The Swiss Re Exposure Curves and the MBBEFD Distribution Class, *ASTIN Bulletin* 27(1), 99–111.
- [2] Delignette-Muller ML and Dutang C (2015), `fitdistrplus`: An R Package for Fitting Distributions. *Journal of Statistical Software*, 64(4), 1-34.
- [3] Mahler, H. (2014). Mahler's Guide to Advanced Ratemaking, *Actex - Mad River Books*.
- [4] Poulin, M. (2012), Analyse des solutions actuarielles en tarification des traités de réassurance non-propotionnelles non-vie, *Master's thesis, Centre d'Etudes Actuarielles*.
- [5] Saunier, J. (2005), Détermination des courbes d'exposition en fonction du capital assuré en branche incendie et risques annexes: comparaison des distributions MBBEFD et Pareto, *Master's thesis, ISFA, Université Claude Bernard Lyon 1*.
- [6] Spedicato, G., Dutang, C., Gesmann, M. (2016), MBBEFD: an R package to work with MBBEFD distribution and associated exposure curves, *R package version 0.8*.